ANÁLISIS DE VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

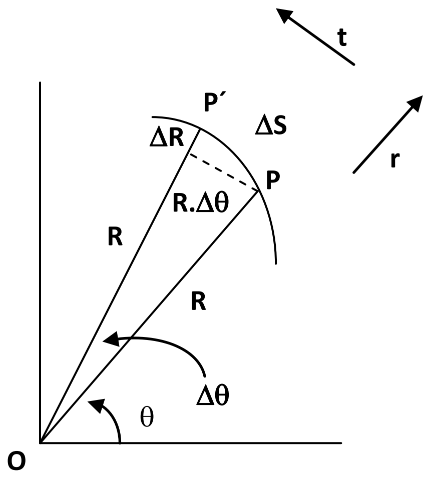
Movimiento Lineal de Una Partícula

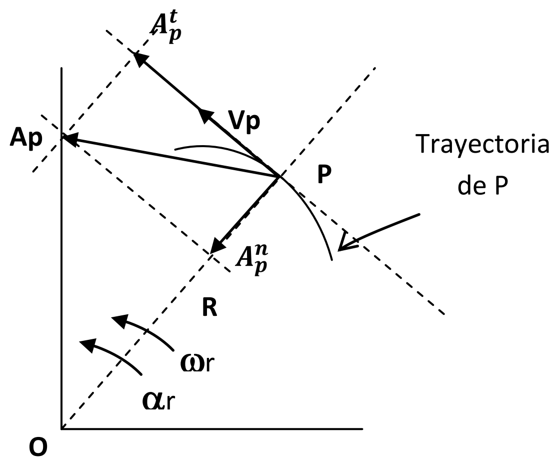
La velocidad **Vp** de una partícula **P** es la razón instantánea de cambio de posición de la partícula, o desplazamiento, con respecto al tiempo. En un pequeño intervalo de tiempo **Δt**, la partícula se desplaza **ΔS** a lo largo de la trayectoria curva desde la posición **P** hasta la posición **P´**. al mismo tiempo el vector radio de la partícula cambia de **R** a **R + ΔR** y sufre un desplazamiento angular **Δθ**. Por lo tanto, el desplazamiento **ΔS** está formado por dos componentes: uno debido al desplazamiento angular **Δθ** de radio **R** y el otro debido al cambio de longitud **ΔR**.

$$\Delta S = R.\Delta\theta\ t + \Delta R\ r$$

en donde **t y r** son vectores unitarios perpendiculares y paralelos a **R**, respectivamente. La ecuación para la velocidad de **P** se puede determinar como sigue:

$$Vp = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta S}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{R.\Delta\theta}{\Delta t}p + \frac{\Delta R}{\Delta t}r\right)$$





Por lo tanto,

$$Vp = (R.\omega_r)^{\ t} + \left(\frac{dR}{dt}\right)^{\ r}$$

en donde $\omega_r = \frac{d\theta}{dt}$

o, empleando el producto vectorial

$$Vp = \overrightarrow{\omega_r} \times \overrightarrow{R} + \frac{dR}{dt}\, r$$

La aceleración de **P** está dada por

$$Ap = \frac{d}{dt}\left(R.\,\omega_r\, t + \frac{dR}{dt}\, r\right)$$

$$Ap = \frac{dR}{dt}\,\omega_r\, t + R\dot{\omega}_r\, t - R\omega_r^2\, r + \frac{d^2R}{dt^2}\, r + \frac{dR}{dt}\,\omega_r\, t$$

$$Ap = 2\omega_r \frac{dR}{dt}\, t + R\dot{\omega}_r\, t - R\omega_r^2\, r + \frac{d^2R}{dt^2}\, r$$

Por lo tanto, la aceleración de **P** consta de dos componentes, una magnitud en dirección del vector unitario ***t*** y otra magnitud en la dirección del vector unitario ***r***.

$$A_p^t = \overbrace{2\omega_r \frac{dR}{dt}}^{\text{Coriolis}} + \overbrace{R\dot{\omega}_r}^{\text{Tangencial}}$$

$$A_p^r = \overbrace{-R\omega_r^2}^{\text{Centrípeta}} + \overbrace{\frac{d^2R}{dt^2}}^{\text{Centrífuga}}$$

También se puede escribir la ecuación de **Ap** empleando el producto vectorial de la siguiente manera:

$$Ap = 2\omega_r \frac{dR}{dt}\, t + \overrightarrow{\alpha_r} \times \overrightarrow{R} + \overrightarrow{\omega_r} \times (\overrightarrow{\omega_r} \times \overrightarrow{R}) + \frac{d^2R}{dt^2}\, r$$

en donde $\alpha_r = \dot{\omega}_r$

Por lo tanto:

$$\mathbf{A_p = A_p^r + A_p^t}$$

Cuando el origen del sistema de coordenadas coincide con el centro de curvatura, $\frac{dR}{dt}$ y $\frac{d^2R}{dt^2}$ son igual a cero, de esta manera queda:

$$\left|\mathbf{A_p^t}\right| = \mathbf{R\alpha_r}$$

$$\left|\mathbf{A_p^r}\right| = \mathbf{R.\,\omega_r^2 = V_p.\,\omega_r = \frac{V_p^2}{R}}$$